

**PEMBAHASAN OLIMPIADE MATEMATIKA**

**TINGKAT SMP/MTs**

**A. Pilihan Ganda**

**1. Kunci C**

$$\frac{2018(2017^2-9) \times 2016}{2020(2017^2-1)} =$$

$$\frac{2018 \times 2020 \times 2014 \times 2016}{2020 \times 2018 \times 2016} = 2014$$

**2. Kunci : B**

$$L_{\text{arsir}} = L \text{ o besar} - L \text{ o kecil}$$

$$= \frac{22}{7} \cdot 14 \cdot 14 - \frac{22}{7} \cdot 7 \cdot 7$$

$$= 616 - 154$$

$$= 462 \text{ cm}^2$$

**3. Kunci : A**

Misal jumlah audisi = x

$$x - \frac{2}{5}x - \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5}x = 60$$

$$\frac{3}{15}x = 60$$

$$x = 300 \text{ orang}$$

**4. Kunci : B**

$$p = 0,232323\dots$$

$$100p = 23,2323\dots$$

\_\_\_\_\_ -

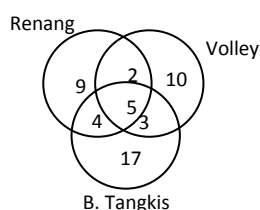
$$99p = 23$$

$$p = \frac{23}{99}$$

$$p \cdot q = \frac{23}{99} \times 297$$

$$= 69$$

**5. Kunci : A**



= yang suka 3 jenis olahraga

$$= \frac{5}{50} \times 100\% = 10\%$$

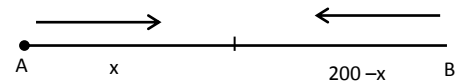
**6. Kunci : D**

$$\text{Luas arsir} = (2 \times 8) + (2 \times 10) - (2 \times 2)$$

$$= 16 + 20 - 4$$

$$= 32$$

**7. Kunci : D**



$$V_A = 20 \text{ km/jam}$$

$$V_B = \frac{20 \text{ km}}{30 \text{ menit}} = 40 \text{ km/jam}$$

$$\odot t_A = t_B + 1$$

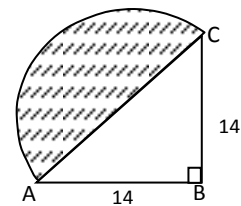
$$\frac{x}{20} = \frac{200-x}{40} + 1$$

$$x = 80 \text{ km}$$

$$t_A = 4 \text{ jam}$$

$$\circ 08^{00} + 4 = 12^{00}$$

**8. Kunci : D**



$$\odot \text{Luas } \frac{1}{4} \text{ lingkaran} = \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times 14^2 \times 14$$

$$= 22 \times 7 = 154$$

$$\odot \text{Luas } \Delta ABC = \frac{1}{2} \times 14 \times 14 = 98$$

$$\text{Luas diarsir} = 2(154 - 98)$$

$$= 112$$

**9. Kunci : B**

$$y = 2 \text{ maka } x = 6$$

$$\begin{aligned} \frac{(3x^2 - 2y)}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} &: \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{x - 5y^2} \\ &= \frac{(108 - 4)}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} : \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{6 - 20} \\ &= \frac{104}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} \times \frac{(-14)}{(\sqrt{6} - \sqrt{2})} \\ &= \frac{104(-14)}{4} = -364 \end{aligned}$$

**10. Kunci : B**

Pecahan tersebut adalah  $\frac{3}{13}$  dan  $\frac{2}{5}$ .

Pecahan terbesar adalah  $\frac{2}{5}$ , pembilang  
= 2

**11. Kunci : B**

Banyak minyak di tangki :

$$= 170 \text{ liter} + 540 \text{ liter} + \frac{58.000}{200} \text{ liter}$$

$$= 1.000 \text{ liter}$$

Harga beli per liter :

$$= \frac{\text{Rp } 58.000 - \text{Rp } 58.000 \times 10\%}{290}$$

$$= \frac{\text{Rp } 52.200}{290} = \text{Rp } 180$$

Harga 1 tangki :

$$= \text{Rp } 180 \times 1000$$

$$= \text{Rp } 180.000$$

**12. Kunci : B**

$$\angle q = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\angle p = 180^\circ - 180^\circ = 100^\circ$$

$$\text{Maka } \angle p - \angle q = 20$$

**13. Kunci : A**

$$V_{\text{total}} = V \cdot \frac{1}{2} \text{bola} + V_{\text{tabung}}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi r_1^3 + \pi r_2^2 t$$

$$= \pi \left( \frac{2000}{3} + 200 \right)$$

$$= 2721,33 \text{ cm}^3$$

$$= 2721 \text{ cm}^3$$

**14. Kunci C**

$$\sqrt{3} = 1,7... \quad \sqrt{5} = 2,2...$$

$$\text{maka } |\sqrt{3} - \sqrt{5}|^2 = (-1)^2 = 1$$

**15. Kunci C**

40% = 2/5 Hari ini lebih banyak 40% dari kemarin, jadi yang dikerjakan hari ini:  $1 + 2/5 = 7/5$  kali yang dikerjakan kemarin. Karena jumlah soal yang dikerjakan selalu berupa bilangan asli, maka jumlah soal yang dikerjakan hari ini paling sedikit ada  $7 \times 5 = 35$  (dikali 5 karena 5 adalah bilangan asli terkecil yang habis dibagi 5)

**16. Kunci C**

Misal : Hasil 5 pengamatan itu adalah a, b, c, d dan e.  $\frac{(a + b + c + d + e)}{5} = 10$ ,

$$\text{jadi } a + b + c + d + e = 50$$

Misal:  $a \geq b \geq c \geq d \geq e$ , maka  $c = 12$  jadi  $a + b + d + e = 38$  yang ditanya adalah nilai  $a - e$  terkecil  $a \geq b \geq 12$  dan  $e \leq d \leq 12$  supaya  $a - e$  terkecil maka b harus sekecil-kecilnya jadi  $b = 12$  jadi  $a + d + e = 26$  Supaya  $a - e$  sekecil-kecilnya maka a harus sekecil-kecilnya jadi  $a = 12$  jadi  $d + e = 14$  Supaya  $a = e$  sekecil-kecilnya maka e harus sebesar-besarnya: karena  $e \leq d$ , maka diambil  $d = e = 7$  jadi  $a - e$  terkecil adalah

$$12 - 7 = 5$$

17. Kunci : D

$$t^2 = EF^2 - OF^2$$

$$OF = \frac{1}{2} BC$$

$$t^2 = 13^2 - 5^2$$

$$t = 12 \text{ cm}$$

$$\text{volume limas} = \frac{1}{3} \times 10 \times 10 \times 12$$

$$= 400 \text{ cm}^3$$

18. Kunci : B

$$\text{Misalkan } x = 2 + \frac{3}{2 + \frac{3}{2 + \frac{3}{\dots}}}$$

$$x = 2 + \frac{3}{x}$$

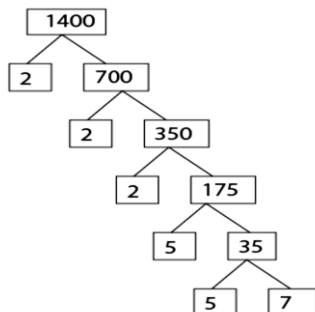
$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x + 1)(x - 3) = 0$$

$$x = -1(TM) \cup x = 3(M)$$

$$\text{Sehingga } 7 - \frac{4}{3} = \frac{17}{3}$$

19. Kunci B



Dari bagan di atas, faktor 1400 adalah :  
{1, 2, 2<sup>2</sup>, 2<sup>3</sup>, 5, 5<sup>2</sup>, 7, 2 × 5, 2<sup>2</sup> × 5, 2<sup>3</sup> × 5, 2 × 5<sup>2</sup>, 2<sup>2</sup> × 5<sup>2</sup>, 2<sup>3</sup> × 5<sup>2</sup>, ..., 1400}

Ada **24** bilangan yang bisa membagi 1400.

20. Kunci D

$$L\Delta 1 = 1$$

$$L\Delta 2 = \frac{1}{4}$$

$$L\Delta 3 = \frac{1}{16}$$

$$L\Delta 6 = \frac{1}{1024}$$

21. Kunci B

$$(r_1 + r_2)^2 + M^2 = d^2$$

$$(8 + r_2)^2 + 9^2 = 15^2$$

$$r_2 = 4$$

22. Kunci B

$$\frac{3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3}}{39} = 27$$

$$\frac{39 \cdot (3^x)}{39} = 27$$

$$3^x = 27$$

$$x = 3$$

23. Kunci D

$$ab + ab + ab = cbb$$

$$3ab = cbb$$

$$30a + 3b = c \cdot 100 + 10b + b$$

$$30a + 3b = c \cdot 100 + 11b$$

$$30a = c \cdot 100 + 8b$$

Dengan demikian nilai b yang memenuhi harus 5,

sehingga a = 8 dan c = 2

maka nilai dari abc = 8 × 5 × 2 = 80

24. kunci A

Diketahui

$U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$  dengan n

genap  $U_n - a = 34$

$$a + (n - 1)b - a = 34$$

$$(n - 1)b = 34$$

$$bn - b = 34 \quad b = bn - 34 \dots\dots (1)$$

kemudian

$$U_2 + U_4 + U_6 + \dots + U_n = 50$$

$$U_1 + U_3 + U_5 + \dots + U_{n-1} = 32$$

$$(U_2 - U_1) + \dots + (U_n - U_{n-1}) = 18$$

$$b + b + b + \dots + b = 18$$

$$n/2 (b) = 18$$

$$bn = 36 \dots\dots (2)$$

Berdasarkan persamaan (1) dan (2)

didapat:  $b = bn - 34$  dan  $bn = 36$

$b = 36 - 34 = 2$  sehingga  $n = 18$  Jadi, banyak suku pada barisan tersebut adalah 18 suku

**25. kunci A**

akan dicari bilangan perpangkatan yang nilainya mendekati kelipatan 16 yaitu :  $7^2 = 49$  mendekati  $3 \times 16 = 48$  sehingga :

$$\begin{aligned} 7^{100} &= 7^{(2 \times 50)} = (7^2)^{50} \\ &= (49^{50}) \\ &= (48 + 1)^{50} \\ &= ((3 \times 16) + 1)^{50} \\ &= 1^{50} \pmod{16} \end{aligned}$$

jadi, sisa dari  $7^{100}$  dibagi 16 adalah 1

**B. Essay**

1. Persoalan ini menentukan penyelesaian yang bulat, karena banyaknya barang tidak mungkin pecahan. Mula-mula dibuat pemisalan yang menyatakan banyaknya barang sehingga dapat dibuat persamaan matematika. Misal  $x, y$  dan  $z$  masing-masing menyatakan banyaknya barang dengan harga Rp 490.000,- ,Rp 70.000,- dan Rp 10.000,- . Sesuai permasalahannya, persamaan matematikanya adalah  $490.000x + 70.000y + 10.000z = 2.860.000$  Setelah disederhanakan, diperoleh  $49x + 7y + z = 286$  Bentuk ini dapat ditulis  $7(7x + y) + z = 7 \cdot 40 + 6$  Jelas bahwa diperoleh hubungan  $7x + y = 40$  dan  $z = 6$  Dalam hal ini penyelesaian yang bulat adalah Kasus A, B, C dan D jelas tidak mungkin sebab banyaknya setiap barang tidak lebih dari sembilan buah. Jadi jawaban yang benar adalah  $x = 5, y = 5, z = 6$ , artinya jenis

barang pertama dan kedua masing-masing banyaknya 5 buah sedangkan jenis barang ketiga banyaknya 6 buah.

2. Dari soal jelas bahwa kita harus membentuk sistem persamaan :

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= 1 \\ x_1 + x_2 &= 2 \\ x_1 + x_2 &= 3 \\ x_1 + x_2 &= 4. \end{aligned}$$

.  
. .  
. .

$$x_{24} + x_{25} = 25$$

Untuk menyelesaikan sistem ini perlu strategi khusus. Jumlahkan 25 persamaan tersebut sehingga diperoleh sebuah persamaan dalam bentuk :

$$x_1 + 2(x_2 + x_3 + x_4 + \dots + x_{25}) + x_{26} = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 25$$

$$x_1 + 2\{(x_2 + x_3) + (x_4 + x_5) + (x_6 + x_7) + \dots + (x_{24} + x_{25})\} + x_{26} = 325$$

$$x_1 + 2\{2 + 4 + 6 + \dots + 24\} + x_{26} = 325$$

$$x_1 + 312 + x_{26} = 325$$

$$\text{Maka } x_1 + x_{26} = 325 - 312 = 13$$

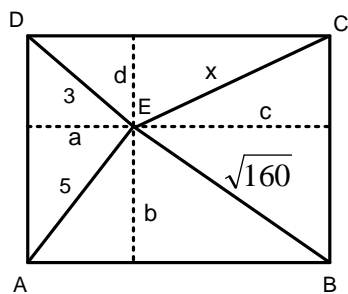
3.  $18^2 = 324$  sehingga :

$$\begin{aligned} x^4 + 18^2 &= (x^2 + 18)^2 - 2x^2 \cdot 18 \\ &= (x^2 + 18)^2 - (6x)^2 \\ &= ((x - 3)^2 + 3^2)((x + 3)^2 + 3^2) \end{aligned}$$

Maka :

$$\frac{(7^2 + 3^2)(13^2 + 3^2)(19^2 + 3^2) \dots (55^2 + 3^2)(61^2 + 3^2)}{(1^2 + 3^2)(7^2 + 3^2)(13^2 + 3^2)(19^2 + 3^2) \dots (55^2 + 3^2)} = \frac{(61^2 + 3^2)}{(1^2 + 3^2)} = 373$$

4.



$$a^2 + d^2 = 9$$

$$c^2 + d^2 =$$

$$x^2$$

$$a^2 + b^2 = 25 -$$

$$c^2 + b^2 = 160 -$$

$$\frac{b^2 - d^2 = 16}{b^2 - d^2 = 160 - x^2}$$

$$\frac{b^2 - d^2 = 160 - x^2}{b^2 - d^2 = 160 - x^2}$$

$$160 - x^2 = 16$$

$$x^2 = 144$$

$$x = 12$$

$$\therefore \text{total jarak tempuh } 12 + 3 = 15$$

$$5. \frac{1}{b} = \frac{1}{12} - \frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{b} = \frac{a-12}{12a}$$

$$b = \frac{12a}{a-12}$$

Untuk  $b$  terbesar diperoleh  $a - 12$  terkecil

yaitu  $a = 13$

$$\therefore b = 12.13 = 156$$